

**UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**  
**PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS**  
**JUNIO DE 2008**

Ejercicio de: **MATEMÁTICAS II**

Tiempo disponible: 1 h. 30 m.

Se valorará el uso de vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

**PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO:** (véanse las distintas partes del examen)

---

En cada uno de los tres apartados el alumno elegirá entre una de las dos opciones

**1. ÁLGEBRA**

---

OPCIÓN A

a) (1.5 puntos) Sean  $A$ ,  $B$ ,  $I$  las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estudiar si existe algún valor de  $\lambda \in \mathbb{R}$  para el cual se satisfaga  $(A - \lambda I)^2 = B$ .

b) (1 punto) Teniendo en cuenta que  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1$ , determinar el valor de  $\begin{vmatrix} x & 1/4 & 4 \\ y & 0 & 4 \\ z & 1/2 & 12 \end{vmatrix}$

OPCIÓN B

a) (2.5 puntos) Dado el sistema 
$$\begin{cases} x + 3y - az = 4 \\ -ax + y + az = 0 \\ -x + 2ay = a + 2 \\ 2x - y - 2z = 0 \end{cases}$$

discutirlo según los valores de  $a$ , y resolverlo cuando sea compatible.

**2. GEOMETRÍA**

---

OPCIÓN A

Considerar la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z+3}{4}$  y el plano  $\pi \equiv 2x + 4y + 4z = 5$

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ .

b) (1.5 puntos) Calcular la ecuación implícita de un plano  $\pi_1$  que es perpendicular a  $\pi$  y contiene a  $r$ .

**OPCIÓN B**

a) (1.25 puntos) Calcular la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular al plano  $\pi \equiv x + y + z = 3$ . Obtener el punto de corte de la recta con el plano  $\pi$ .

b) (1.25 puntos) Hallar el punto de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$  cuya distancia al punto  $P(1,0,2)$  sea  $\sqrt{5}$ .

**3. ANÁLISIS**

---

**OPCIÓN A**

1. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \log_x \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

a) (0.75 puntos) Calcular el dominio  $f(x)$ .

b) (0.75 puntos) Estudiar si  $f(x)$  es una función par.

c) (1 punto) Calcular las asíntotas de  $f(x)$ .

2. a) (1.25 puntos) Dada  $F(x) = \int_0^x t \operatorname{sen}(t) dt$ , estudiar si  $x = \pi$  es una raíz de  $F'(x)$ .

b) (1.25 puntos) Calcular el valor de  $\alpha \in \mathbb{R}$  para el cual

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 - 2n + 1}{n^2 + n - 2} \right)^{\frac{\alpha n^3 + 1}{n^2 - 1}} = 1$$

**OPCIÓN B**

1. Sean las funciones

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow x^3$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow |x|$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \operatorname{sen}(x)$$

a) (0.75 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos de inflexión de  $f(x)$ .

b) (0.75 puntos) Calcular la derivada de  $(f \circ h)(x)$ .

c) (1 punto) Obtener el área del recinto limitado por  $f$  y  $g$  entre  $x = 0$  y  $x = 1$ .

2. (2.5 puntos) Encontrar el valor de  $k$  para el cual la función  $f(x) = \begin{cases} 6 - x/2, & x < 2 \\ x^2 + kx, & x \geq 2 \end{cases}$

es continua. Estudiar si su derivada es una función continua.